

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

COMPTABILITÉ ET GESTION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Session 2017

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Calculatrice autorisée.

Documents à rendre avec la copie :

Le **document réponse** numéroté 7/7.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction
interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 7 pages, numérotées de 1/7 à 7/7.

EXERCICE 1 (10 points)

Dans ce problème, on s'intéresse à l'évolution des salaires nets annuels moyens pour des postes à temps complet en France depuis 1950. Tous les salaires sont indiqués en euros.

En particulier, on a relevé dans le tableau suivant le salaire net annuel moyen (en euros) des salariés en poste à temps complet en France pour chaque année entre 2005 et 2012.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Salaire net annuel moyen (en euros)	22 443	22 809	23 527	24 287	24 626	25 139	25 735	26 106

Source : Insee, déclaration annuelle de données sociales (DADS)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

PARTIE A : Étude d'une fonction

On définit la fonction f sur $\mathbf{R}$ par

$$f(x) = 410e^{0,1x}$$

1. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbf{R}$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.
 - a) Calculer $f'(x)$.
 - b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbf{R}$.
 - c) En déduire le sens de variation de f sur $\mathbf{R}$.
2. On admet que le salaire net annuel moyen (exprimé en euros) entre les années 1950 et 1985 est modélisé par la fonction f . Dans ce modèle, $f(x)$ est une estimation du salaire net annuel moyen et x le nombre d'années écoulées depuis 1950. Par exemple, $f(1)$ est une estimation du salaire net annuel moyen des salariés en poste à temps complet en 1951.
 - a) Calculer $f(10)$. Arrondir le résultat à l'euro. Interpréter par une phrase dans le contexte de l'exercice le résultat obtenu.
 - b) D'après les données du tableau fourni au début de l'énoncé, ce modèle aurait-il pu convenir pour les années 2005 à 2012 ? Justifier la réponse.

PARTIE B : Taux d'évolution

À partir des données du tableau fourni au début de l'énoncé :

1. Calculer le taux global d'évolution du salaire net annuel moyen entre 2005 et 2012, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 %.
2. Calculer le taux moyen annuel d'évolution du salaire net annuel moyen entre 2005 et 2012, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 %.
3. En supposant que le salaire net annuel moyen augmente annuellement de 2,2 % depuis 2012, quel devrait être ce salaire, arrondi à l'unité, en 2018 ?

PARTIE C : Utilisation d'un ajustement affine

Le tableau suivant, où x_i désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2004, donne le salaire net annuel moyen y_i (en euros) des salariés en poste à temps complet en France pour chaque année entre 2005 et 2012.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Salaire net annuel moyen (en euros) : y_i	22 443	22 809	23 527	24 287	24 626	25 139	25 735	26 106

Source : Insee, déclaration annuelle de données sociales (DADS)

Un nuage de points représentant la série statistique $(x_i ; y_i)$ est donné sur le graphique situé **sur le document réponse à rendre avec la copie**.

1. Donner sans justifier le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $(x_i ; y_i)$. Arrondir r au millième.
Expliquer pourquoi le résultat obtenu permet d'envisager un ajustement affine.
2. Donner sans justifier l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont à arrondir au centième.

3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation

$$y = 540x + 21900$$

Cette droite est tracée sur le graphique situé sur **le document réponse à rendre avec la copie**.

- a) Déterminer graphiquement le salaire net annuel moyen prévu par ce modèle d'ajustement en 2018. On laissera les traits de construction apparents.
- b) Selon ce modèle, en quelle année, pour la première fois, le salaire net annuel moyen sera-t-il supérieur à 32 000 € ?

EXERCICE 2 (10 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

PARTIE A : Mathématiques financières

L'entreprise SAVOL, spécialisée dans la fabrication de drones, souhaite ouvrir une nouvelle chaîne de production afin de commercialiser un nouveau produit.

Pour financer cet investissement, elle décide d'emprunter 120 000 € auprès d'un établissement financier. L'emprunt, au taux annuel de 3 %, sera remboursé en 5 annuités constantes.

L'entreprise établit un tableau d'amortissement en essayant une annuité de 26 500 €.

Ce tableau, fourni **sur le document réponse à rendre avec la copie**, est dressé en calculant pour chaque année :

- l'intérêt : capital en début d'année $\times$ taux d'intérêt
- l'amortissement : annuité – intérêts
- le capital en fin d'année : capital en début d'année – amortissement.

1. Donner la formule saisie en cellule **C4**, puis recopiée vers le bas, pour calculer les intérêts de l'année.
2. Donner la formule saisie en cellule **D4**, puis recopiée vers le bas, pour calculer l'amortissement.
3. Donner la formule saisie en cellule **F4**, puis recopiée vers le bas, pour calculer le capital restant dû en fin d'année
4. Dans le tableau donné **sur le document réponse à rendre avec la copie**, compléter la dernière ligne correspondant à l'année 5.

5. D'après le tableau d'amortissement précédemment complété, l'annuité doit-elle être inférieure ou supérieure à 26 500 € ? Justifier la réponse.
6. On rappelle la formule de calcul d'une annuité a constante : $a = C \times \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$ où C est le montant emprunté, t le taux annuel et n le nombre d'annuités.
- a) Calculer l'annuité constante, arrondie à l'euro, permettant de rembourser le capital de 120 000 € emprunté sur 5 ans.
- b) En déduire le coût total du crédit avec cette nouvelle annuité.

PARTIE B : Probabilités conditionnelles

L'entreprise possède actuellement deux chaînes de production, l'une pour des drones à deux hélices et l'autre pour des drones à quatre hélices. Il arrive que les batteries des drones fabriqués aient un défaut et dans ce cas, on dira que les drones sont défectueux.

On souhaite avoir une idée du pourcentage de drones défectueux sur l'ensemble de la production.

On prélève 500 drones dans la production de l'entreprise et on obtient les résultats suivants :

- 300 drones possèdent deux hélices,
- parmi les drones à deux hélices, 2 % sont défectueux,
- parmi les drones à quatre hélices, 96 % ne présentent aucun défaut.

Un drone est choisi au hasard parmi les 500 drones prélevés.

On considère les événements suivants :

- A : « le drone possède deux hélices » ;
- D : « le drone est défectueux ».

1. Donner la valeur des probabilités : $P(A)$, $P_A(D)$ et $P_{\bar{A}}(\bar{D})$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré de probabilités.
3. Calculer la probabilité que le drone possède deux hélices et soit défectueux.
4. Montrer que la probabilité qu'un drone pris au hasard soit défectueux est égale à 0,028.
5. Sachant que le drone est défectueux, quelle est la probabilité qu'il possède quatre hélices ? Arrondir le résultat au millièmes.

PARTIE C : Loi normale

L'entreprise s'intéresse à l'autonomie des batteries produites pour ses drones.

On note X la variable aléatoire qui à chaque batterie prélevée dans la production associe sa durée d'autonomie en minutes.

On admet que X suit la loi normale d'espérance 40 et d'écart-type 4.

1. Donner la durée moyenne d'autonomie d'une batterie.
2. Recopier et compléter la phrase suivante : « Environ 95 % des batteries ont une autonomie comprise entre et minutes. ».
3. Une batterie dont l'autonomie est inférieure à 30 minutes est rejetée. Déterminer le pourcentage, arrondi à 0,01 % près, de batteries rejetées.

Nom de famille :

(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)



Prénom(s) :

Numéro
Inscription :

Né(e) le :

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

GRAPHIQUE (EXERCICE 1 – PARTIE C)

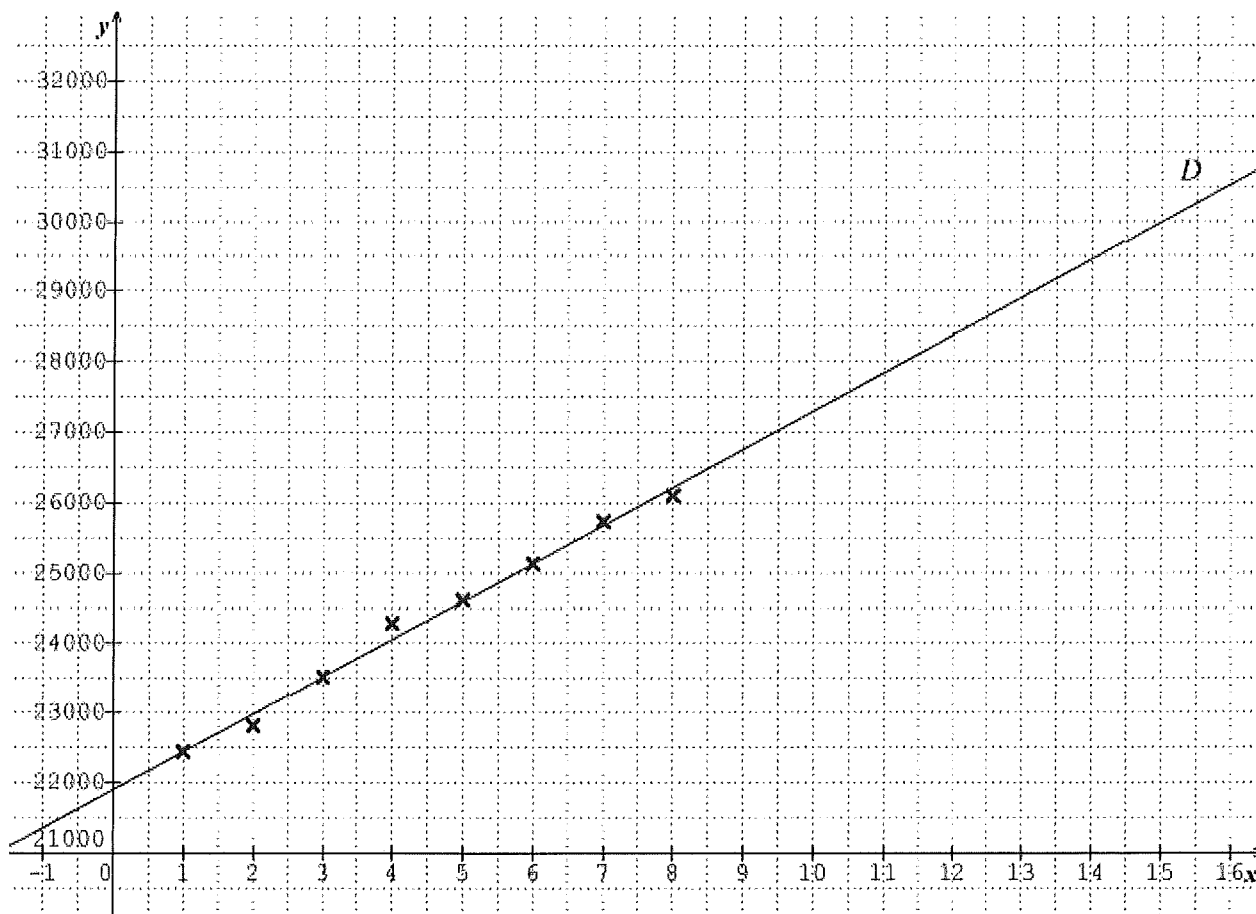


TABLEAU (EXERCICE 2 – PARTIE A)

	A	B	C	D	E	F
1		Taux annuel	3%			
2						
3	Année	Capital restant dû en début d'année	Intérêts de l'année	Amortissement du capital	Annuité constante	Capital restant dû en fin d'année
4	1	120000,00	3600,00	22900,00	26500,00	97100,00
5	2	97100,00	2913,00	23587,00	26500,00	73513,00
6	3	73513,00	2205,39	24294,61	26500,00	49218,39
7	4	49218,39	1476,55	25023,45	26500,00	24194,94
8	5					
9						
10						