

~ Éléments de correction du BTS Métropole ~
14 mai 2018 - Comptabilité et gestion ¹

A. P. M. E. P.

Exercice 1

On note U_n le prix en euros du kWh à l'année $(2015 + n)$. On a donc $U_0 = 0,140$.

1. $U_1 = U_0 + 0,06 \times U_0 = 1,06U_0 = 0,148$ et $U_2 = U_1 + 0,06 \times U_1 = 1,06U_1 = 0,157$.
2. La suite (U_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,06$ dont le premier terme est $U_0 = 0,14$.
3. Pour calculer les termes de la suite (U_n) , il faut saisir la formule $C3 = 1,06 \times C2$.
4. $U_n = U_0 q^n = 0,14 \times 1,06^n$
5. Au 1^{er} janvier 2024, $n = 9$ et $U_9 = 0,14 \times 1,06^9 = 0,237$. Donc en 2024, avec ce modèle, le prix du kWh vaudra 0,237 €
6. On cherche n tel que $U_n \geq 2 \times U_0$, c'est-à-dire $U_0 q^n \geq 2 \times U_0$, ou encore $1,06^n \geq 2$, soit $n \geq 11,78$,
Conclusion : c'est à partir de 2027 que le prix du kWh sera doublé.

Exercice 2

Partie A - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[15; 50]$ par

$$f(t) = (20t^2 - 60t - 1080)e^{-0,1t}.$$

1. f est dérivable sur l'intervalle $[15; 50]$ et on note f' sa fonction dérivée.
Pour tout t de l'intervalle $[15; 50]$, on a :
 $f'(t) = (40t - 60)e^{-0,1t} - 0,1(20t^2 - 60t - 1080)e^{-0,1t}$
 $f'(t) = (-2t^2 + 46t + 48)e^{-0,1t}$
 $-2t^2 + 46t + 48$ est un polynôme du second degré, il a deux racines $t_1 = -1$ et $t_2 = 24$, donc
 $-2t^2 + 46t + 48 = -2(t - 24)(t + 1)$, comme $-2(t - 24) = 48 - 2t$, on a immédiatement :
$$f'(t) = (48 - 2t)(t + 1)e^{-0,1t}.$$
2. Sur l'intervalle $[15; 50]$, $(t + 1)e^{-0,1t}$ est strictement positif, donc le signe de $f'(t)$ est celui de $48 - 2t$.
Pour tout $t \in [15; 24]$, $f'(t) \geq 0$ et
Pour tout $t \in [24; 50]$, $f'(t) \leq 0$
3. D'où le tableau de variation de la fonction f sur $[15; 50]$:

x	15	24	50
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	2520 $e^{1,5}$	$\frac{9000}{e^{2,4}}$	45900 e^5

Le maximum de f , sur cet intervalle, est égal à 816.

Partie B - Application de la partie A

Une société extrait du pétrole d'un gisement. Elle estime que la production annuelle de pétrole extraite (mesurée en centaines de milliers de barils par an) à partir de 2015, pourra être modélisée par la fonction f , étudiée à la partie A, en fonction du temps t (en années) écoulé depuis l'année 2000.

1. D'après A. 3, la production annuelle de pétrole sera maximale en 2024.

Cette production maximale vaut 816 461 barils

2. a. Si la variable m contient la valeur 18 avant l'exécution de cet algorithme, la valeur de la variable $total$ à la fin de son exécution est égale à la somme $f(15) + f(16) + f(17) + f(18)$, et elle vaut 2570,496
- b. Dans le contexte de l'énoncé, cet algorithme permet d'estimer la production totale, en barils, entre 2015 et 2000+18.

Exercice 3

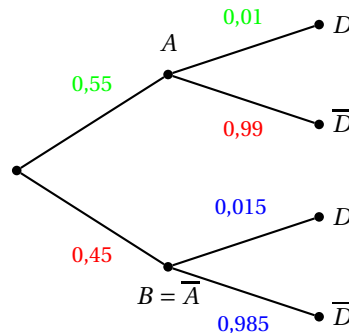
Partie A - Probabilités conditionnelles

On considère les événements suivants :

A : « Le microprocesseur provient de l'entreprise A »

D : « Le microprocesseur est défectueux »

1. a. D'après l'énoncé on a : $P(A) = 0,55$ et $P_A(D) = 0,010$.
- b. L'énoncé peut être traduit par l'arbre de probabilités pondéré, suivant :



2. $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0,55 \times 0,01 = 0,0055$ et
- $P(\bar{A} \cap D) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(D) = 0,45 \times 0,015 = 0,00675$.

3. La probabilité de prélever un microprocesseur défectueux est :

$$P(D) = P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) = 0,0055 + 0,00675 \text{ soit } 0,01225.$$

4. La probabilité que le microprocesseur provienne de l'entreprise B sachant qu'il est défectueux

$$\text{est } P_D(B) = P_D(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap D)}{P(D)} = \frac{0,00675}{0,01225} \approx 0,551.$$

Partie B - Loi normale

On suppose que la variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne 8 000 et d'écart type 100.

1. $P(Y \leq 8150) = 0,93$.

Interprétation : Pour une journée choisie au hasard, la probabilité qu'il y ait au plus 8150 demandes de téléphone portables est 0,93.

2. $P(7950 \leq Y \leq 8050) = 0,38$.

3. Y suit une loi normale de moyenne $\mu = 8000$ et d'écart type $\sigma = 100$

$7800 = \mu - 2\sigma$ et $8200 = \mu + 2\sigma$, d'après la règle empirique

$$P(\mu - 2\sigma \leq Y \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$$

Donc, sans utiliser la calculatrice, $P(7800 \leq Y \leq 8200)$ est, à 10^{-2} près, 0,95.