

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

COMPTABILITÉ ET GESTION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Session 2019

Durée : 2 heures
Coefficient : 3

Matériel autorisé :

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode d'examen, est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6.

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 1/6

Exercice 1 (9 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

L'entreprise SASSEMBON est spécialisée dans la fabrication de savons. Dans cet exercice, on s'intéresse aux différents défauts que peuvent présenter les savons.

Partie A : Défaut de forme

L'entreprise propose des savons senteur vanille ou noix de coco qui peuvent présenter des défauts de forme lors de la fabrication.

Après avoir réalisé une étude sur 200 savons, l'entreprise constate que :

- 130 savons sont à la vanille,
- parmi les savons à la vanille, 2 % présentent un défaut de forme,
- parmi les savons à la noix de coco, 96 % ne présentent aucun défaut de forme.

On prend un savon au hasard.

On considère les évènements suivants :

V : « le savon est à la vanille » ;

F : « le savon présente un défaut de forme ».

1. Donner la valeur des probabilités $P(V)$, $P_V(F)$ et $P_{\bar{V}}(\bar{F})$.
2. Réaliser un arbre pondéré de probabilité représentant la situation.
3. Calculer la probabilité que le savon soit à la noix de coco et présente un défaut de forme.
4. Montrer que la probabilité qu'un savon pris au hasard présente un défaut de forme est 0,027.
5. Sachant que le savon présente un défaut de forme, quelle est la probabilité qu'il soit à la vanille ? Arrondir le résultat au millième.

Partie B : Défaut de masse

Pour être jugé conforme, un savon doit peser entre 98 et 102 g.

On note X la variable aléatoire qui à chaque savon associe sa masse en grammes.

On suppose que X suit la loi normale d'espérance 100 et d'écart type 1.

1. Pour fournir ses magasins, l'entreprise prépare des colis de 150 savons. Quelle est la masse moyenne, en kilogrammes, d'un colis ?
2. a. Déterminer $P(X \leq 98)$. Arrondir le résultat au millième.
b. Interpréter le résultat précédent.
3. Déterminer la probabilité que le savon ne soit pas conforme. Arrondir le résultat au centième.

Partie C : Deux défauts

Chaque savon peut présenter deux défauts : un défaut de forme ou un défaut de masse.

On prélève un savon au hasard dans le stock de l'entreprise.

On note :

F : « le savon présente un défaut de forme »,

M : « le savon présente un défaut de masse ».

On sait que 2,7 % des savons présentent un défaut de forme et 4,6 % des savons présentent un défaut de masse.

On suppose que ces deux événements sont indépendants.

1. a. Calculer $P(F \cap M)$. Arrondir le résultat à 10^{-4} près.
b. Que représente cette probabilité ?
2. Calculer la probabilité que le savon présente au moins un des deux défauts.
Arrondir le résultat à 10^{-4} près.
3. Calculer la probabilité que le savon ne présente aucun défaut. Arrondir le résultat à 10^{-4} près.

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 3/6

Exercice 2 (11 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Achat d'un appartement

Un couple souhaite demander un emprunt afin d'acquérir un appartement d'une valeur de 140 000 €.

Une première banque leur propose un crédit de 140 000 € au taux mensuel de 0,12 % sur 180 mois remboursable par mensualités constantes.

1. La banque établit le tableau d'amortissement suivant où la cellule C1 est au format pourcentage :

	A	B	C	D	E
1		taux mensuel	0,12%		
2					
3	Mois	Capital restant dû en début de mois	Intérêts du mois	Amortissement du capital	Mensualité constante
4	1	140 000,00			865,26
5	2				865,26
6	3				865,26
7	4				865,26

- a. Donner les trois formules à saisir en cellules C4, D4 et B5, qui, recopiées vers le bas, permettent de compléter ce tableau.
- b. Calculer les valeurs obtenues en cellules C4, D4 et B5.

2. Quel est le coût total de ce crédit ?

Une seconde banque propose au couple des conditions plus avantageuses avec un emprunt de 140 000 € au taux annuel de 1,35 % sur 12 ans.

3. Montrer que le taux moyen mensuel équivalent à ce taux annuel, arrondi au millième, est 0,112%.
4. On rappelle la formule de calcul d'une mensualité m constante : $m = C \times \frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$ où C est le capital emprunté, t le taux mensuel et n est le nombre de mensualités.

Sachant que le couple ne peut pas rembourser une mensualité supérieure à 1 000 € par mois, va-t-il pouvoir souscrire cet emprunt ? Justifier la réponse.

Partie B : Assurance

Un formulaire est présent à la fin de cette partie.

Afin d'assurer son appartement, le couple compare deux propositions :

Proposition A : le montant de l'assurance est de 200 euros la première année puis augmente de 10 euros par an,

Proposition B : le montant de l'assurance est de 180 euros la première année puis augmente de 6 % par an.

On note a_n le montant de l'assurance avec la proposition A et b_n celui avec la proposition B la $n^{\text{ème}}$ année. Ainsi $a_1 = 200$ et $b_1 = 180$.

1. Étude de la proposition A.
 - a. Calculer a_2 puis a_3 .
 - b. Donner la nature de la suite (a_n) en précisant sa raison.
 - c. Donner, pour tout entier naturel n non nul, a_n en fonction de n .
2. Étude de la proposition B.
 - a. Calculer b_2 puis b_3 .
 - b. Donner la nature de la suite (b_n) en précisant sa raison.
 - c. Donner, pour tout entier naturel n non nul, b_n en fonction de n .
3. Quelle proposition est la plus avantageuse si le couple conserve son assurance pendant 10 ans ?
Justifier la réponse.

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Formulaire :

Somme des termes d'une suite arithmétique :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$$

Somme des termes d'une suite géométrique où q est la raison de la suite et $q \neq 1$:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

BTS COMPTABILITE ET GESTION		Session 2019
Épreuve de mathématiques	CGMAT	Page 5/6

Partie C : Location

Le couple envisage de louer son appartement dans quelques années. Il s'intéresse au montant mensuel des loyers dans sa région pour un appartement équivalent au sien.

Ces montants sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang : x_i	0	1	2	3	4	5
Loyer mensuel (en euros) : y_i	610	612	619	628	634	640

où x_i désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2012 et y_i le montant mensuel moyen du loyer (en euros) des appartements entre 2012 et 2017.

1. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i ; y_i)$, arrondi au millième et expliquer pourquoi ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.
2. Donner l'équation de la droite de régression de y en x sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont à arrondir au centième.
3. On décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i ; y_i)$ par la droite d'équation $y = 6,4x + 608$.
 - a. Déterminer le montant du loyer mensuel que peut espérer ce couple en 2020.
 - b. En quelle année le couple peut-il espérer louer son appartement plus de 700 € ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.